

BÀI TẬP TỔNG HỢP

Bài 1. Giải các phương trình sau

$$a) \frac{x+4}{4} - \frac{x-3}{6} = \frac{x}{3}$$

$$c) \frac{3x-2}{6} - 5 = \frac{3-2(x+7)}{4}$$

$$b) \frac{x-1}{2} - \frac{1-x}{4} = 1 - \frac{2(x-1)}{3}$$

$$d) \frac{4x+1}{3} - \frac{2}{3} - \frac{x-3}{6} = x$$

Bài 2. Giải các phương trình sau

$$a) \frac{x+1}{3} + \frac{2x-9}{-8} = \frac{x}{6} + 1$$

$$b) \frac{x}{2000} + \frac{x+1}{2001} + \frac{x+2}{2002} + \frac{x+3}{2003} = 4$$

$$c) \frac{3x-2}{5} + \frac{x-1}{9} = \frac{14x-3}{15} - \frac{2x+1}{9}$$

$$d) \frac{59-x}{41} + \frac{57-x}{43} + \frac{55-x}{45} + \frac{53-x}{47} + \frac{51-x}{49} = -5$$

Bài 3. Giải các phương trình sau

$$a) \frac{x+14}{86} + \frac{x+15}{85} + \frac{x+16}{84} + \frac{x+17}{83} + \frac{x+116}{4} = 0$$

$$b) \frac{x-90}{10} + \frac{x-76}{12} + \frac{x-58}{14} + \frac{x-36}{16} + \frac{x-15}{17} = 15$$

$$c) (2x-1)^2 - (2x-3)^2 = 4(x+3)$$

$$d) (x+5)(2x-1) = (2x-3)(x+1)$$

Bài 4. Chứng minh đẳng thức:

$$a) \frac{4x^2 - (x-3)^2}{9(x^2-1)} - \frac{x^2-9}{(2x+3)^2-x^2} + \frac{(2x-3)^2-x^2}{4x^2-(x+3)^2} = 1$$

$$b) \frac{y-z}{(x-y)(x-z)} + \frac{z-x}{(y-z)(y-x)} + \frac{x-y}{(z-x)(z-y)} = \frac{2}{x-y} + \frac{2}{y-z} + \frac{2}{z-x}$$

Bài 5. Cho phân thức $M = \left[\frac{(x-1)^2}{3x+(x-1)^2} - \frac{1-2x^2+4x}{x^3-1} + \frac{1}{x-1} \right] : \frac{x^2+x}{x^3+x}$

a) Tìm điều kiện để giá trị của biểu thức xác định.

b) Tìm giá trị của x để biểu thức bằng 0

c) Tìm giá trị của x để $|M| = 1$

Bài 6. Cho a, b, c là các số nguyên đôi một khác nhau. Chứng minh rằng biểu thức sau có giá trị

nguyên:
$$M = \frac{a^3}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^3}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^3}{(c-a)(c-b)}$$

Bài 7. Cho tam giác ABC. Phía ngoài tam giác ABC dựng các hình vuông ABEF, ACGH, $AD \perp BC$ tại D.

a) Chứng minh rằng AD, BG, CE đồng quy.

b) Gọi M, N, P, Q là trung điểm của FH, BF, BC, CH. Chứng minh MNPQ là hình vuông.

Bài 8. Cho tam giác ABC vuông tại A, $MN \parallel BC$ ($M \in AB; N \in AC$), $AB=9\text{cm}; AM = 3\text{cm};$

$AN = 4\text{cm}$. Tính độ dài các đoạn thẳng NC, MN, BC

Bài 8. Cho tam giác ABC, M là một điểm bất kì trên BC. Các đường song song với AM vẽ từ B

và C cắt AC, AB tại N và P. Chứng minh $\frac{1}{AM} = \frac{1}{BN} + \frac{1}{CP}$

Bài 10. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$), M là trung điểm của CD. Gọi I là giao điểm của AM và BD, K là giao điểm BM và AC.

a) Chứng minh $IK \parallel AB$

b) Đường thẳng IK cắt AD, BC theo lần lượt E, F. Chứng minh $EI = IK = KF$

Bài 11. Cho tam giác ABC và trung tuyến AD. Một đường thẳng bất kỳ song song với AD cắt

cạnh BC, đường thẳng CA, AB lần lượt tại E, N, M. Chứng minh $\frac{EM}{AD} + \frac{EN}{AD} = 2$

Bài 12. Cho hình bình hành ABCD. Một đường thẳng bất kỳ qua A cắt đoạn BD, đường thẳng CD và BC lần lượt tại E, F và G. Chứng minh rằng

a) $AE^2 = EF \cdot EG$

b) $\frac{1}{AF} + \frac{1}{AG} = \frac{1}{AE}$

c) Khi đường thẳng qua A thay đổi thì tích $BK \cdot DG$ có giá trị không đổi

Bài 13. Cho hình thang ABCD có hai đáy BC và AD (BC khác AD). Gọi M, N lần lượt là hai

điểm trên cạnh AB, CD sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{CN}{CD}$. Đường thẳng MN cắt AC, BD tương ứng tại E và

F. Vẽ $MP \parallel BD$ ($P \in AD$)

a) Chứng minh rằng $PN \parallel AC$

b) Chứng minh $ME = NF$

Bài 14. (ĐỀ HAY KHÓ?) Một tháng đặc biệt có tới năm ngày thứ 3, trong đó ngày đầu tiên và ngày cuối cùng của tháng không phải là thứ 3. Hỏi ngày cuối cùng của tháng đó là ngày nào?